PARAGRAAF 1.1 : LINEAIRE VERBANDEN

LES 1 LINEAIRE VERBANDEN

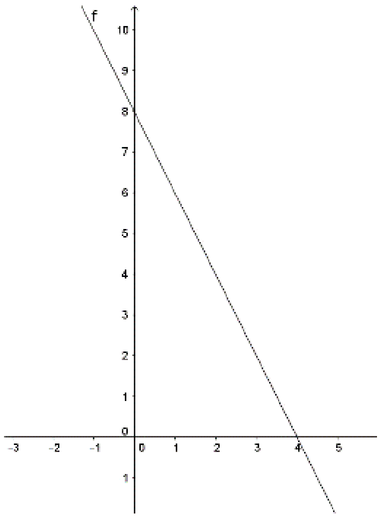
DEFINITIE LIJN

- Algemene formule van een lijn : y = ax + b
- a = { richtingscoëfficiënt (rc) }
  a = { 1 naar rechts, a omhoog }
- b = { startgetal } = { snijpunt met de y-as }

VOORBEELD 1

a. Teken de lijn y = -2x + 8.

b. Lijn k heeft een rc = 4. De lijn k gaat door het punt (7,8). Stel een vergelijking op van lijn k.



OPLOSSING 1

a. Maak een klein tabelletje maken :

x	0	1	2
y=-2x+8	8	6	4

Je kunt in de tabel en grafiek zien dat

- de rc = -2 (In tabel iedere keer 2 eraf en in de grafiek 1 naar rechts is 2 omlaag)
- startpunt is 8 (snijpunt y-as of bij x = 0 in de tabel)

b. 1. Je weet $y = 4x + b$

2. Je weet ook punt (7,8) invullen $8 = 4 \cdot 7 + b$

$b = -20$

3. Lijn $k : y = 4x - 20$

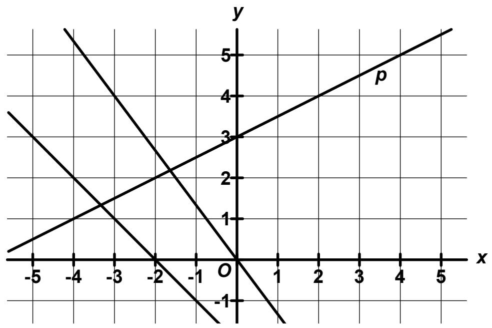
OPMERKINGEN

- Twee lijnen evenwijdig → RC is gelijk !
- Snijpunt van twee lijnen → formule = formule
- Snijpunt x-as → y = 0
- Snijpunt y-as → x = 0

LES 2 DE FORMULE VAN EEN LIJN OPSTELLEN

VOORBEELD 1

Geef de formule van lijn p.



OPLOSSING 1

(1) $y = ax + b$

(2) $a = \frac{vert}{hor} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = ½$

$dus\ y = 0{,}5x + b$

(3) $b = snijpunt\ y - as = 3$

(4) $y = 0{,}5x + 3$

VOORBEELD 2

De lijn k gaat door het punt A(4,11) en de RC_K = 3. Stel de formule op van lijn k.

OPLOSSING 1

(1) $y = ax + b$

(2) a = 3 dus $y = 3x + b$

(3) A(4,11) invullen geeft $11 = 3 \cdot 4 + b$

$11 = 12 + b$

$b = 1$

(4) $y = 3x + 1$

OPMERKINGEN

- Let op bij andere letters bij de assen! (Vb. K = ap + b)
- Als de lijn omlaag loopt dan is de richtingscoëfficiënt negatief.

PARAGRAAF 1.2 : LINEAIRE FORMULES OPSTELLEN

STAPPENPLAN LIJN DOOR TWEE PUNTEN A EN B

(1) Lijn heeft <u>altijd</u> vergelijking $y = ax + b$

(2) Bepaal de a door $a = rc = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b}$

(3) Bereken b door punt A in te vullen in $y = ax + b$

VOORBEELD 1

Lijn m gaat door $A = (3\,,5)$ en $B = (8\,,-10\,)$

a. Bepaal de vergelijking van lijn m.

Lijn l is evenwijdig aan m en gaat door $P = (12{,}7)$.

b. Bepaal de vergelijking van lijn l.

OPLOSSING 1

a. Volg het stappenplan :

(1) Lijn heeft <u>altijd</u> vergelijking $y = ax + b$

(2) Bepaal de a door $a = rc = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-10-5}{8-3} = -\frac{15}{5} = -3$

(3) Vul punt $A = (3\,,5)$ in in $y = -3x + b$

$5 = -3 \cdot 3 + b$
$b = 14$

Dus lijn m : $y = -3x + 14$

b. l // m → rc gelijk dus a = -3
Je weet ook punt $(12{,}7)$ → $7 = -3 \cdot 12 + b$
$b = 43$

Dus lijn l : $y = -2x + 43$

VOORBEELD 2

Jan en Kees eten samen 10 appels. Jan eet 6 appels meer dan Kees. Bereken met vergelijkingen hoeveel appels ieder eet.

OPLOSSING 2

(1) $J + K = 10$ (appels)
(2) $J = K + 6$ (meer)

Vul vergelijking (2) in in vergelijking (10). Dit geeft

$K + 6 + K = 10$

$K = 2$

$J = 2 + 6 = 8$

OPMERKING

- Soms staat er de vraag “schrijf y als functie van x” of “druk y uit in x”. Je moet dan gewoon de formule $y = ax + b$ opstellen.
- Je kunt ook een verhaal krijgen :
  - Jan en Kees eten samen 10 appels. Jan eet 6 appels meer dan Kees. In wiskunde is dit :
    Paragraaf 1.3 : Stelsels vergelijkingen

PARAGRAAF 1.3 : STELSELS VERGELIJKINGEN

LES 1 EEN ANDERE FORMULE VOOR EEN LIJN

DEFINITIE LIJN

Je kunt een lijn op twee verschillende manieren weergeven :

(1) $y = ax + b$ (deze kende je al)
(2) $ax + by = c$. (De a is hier NIET de rc)

OPMERKING

Om verwarring met letters te voorkomen wij deze lijn vaak schrijven als $px + qy = r$. Hier zijn p, q en r getallen.

VOORBEELD 1

a. Teken de lijn $2x + y = 8$.

Gegeven is ook de lijn l: $2x - 5y = 10$.

b. Voor welke p ligt het punt B(15, p) op *l*
c. Maak y vrij en geef de r.c. van *l*.
d. De lijn k gaat door het punt (5, 8) en is evenwijdig met lijn *l*. Stel van lijn k een vergelijking op in de vorm $ax + by = c$ (of $px + qy = r$)

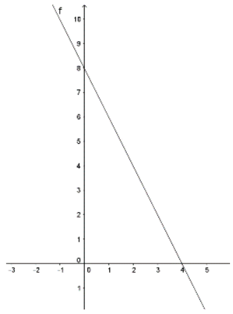
OPLOSSING 1

a. Bereken de snijpunten met de assen :

$x = 0 \rightarrow 2 \cdot 0 + y = 8 \quad \rightarrow y = 8 \quad dus\ (0{,}8)$

$y = 0 \rightarrow 2x + 0 = 8 \quad \rightarrow x = 4 \quad dus\ (4{,}0)$

Je kunt de lijn nu tekenen.



Je kunt ook een klein tabelletje maken :

x	0	1	2
y=-2x+8	8	6	4

b. $(15, p) \quad \rightarrow \quad 2 \cdot 15 - 5 \cdot p = 10$

$30 - 5p = 10$

$-5p = -20$

$p = 4$

c. $2x - 5y = 10$

$-5y = -2x + 10$

$y = 0{,}4x - 2$

$dus\ r.c. = 0{,}4$

d. $k{:}\ y = ax + b$

$y = 0{,}4x + b$

$Punt\ (5{,}8)\ invullen \qquad 8 = 0{,}4 \cdot 5 + b$

$8 = 2 + b$

$6 = b$

Dus $y = 0{,}4x + 6$

$-0{,}4x + y = 6\ (dus\ a = -0{,}4\ ;\ b = 1\ ;\ c = 6)$

LES 2 STELSELS VERGELIJKINGEN OPLOSSEN

DEFINITIE

- Stelsel vergelijkingen = { twee vergelijkingen (lijnen) die bij elkaar horen }
- De oplossing van dit stelsel is het snijpunt van de lijnen.

OPLOSSEN STELSELS

Je kunt een stelsel vergelijkingen op twee manieren oplossen :

(1) Substitutie = { Eén variabele vrijmaken en die bij de ander invullen }
(2) Eliminatie = { De x-en (of y-en) gelijkmaken en dan van elkaar afhalen }

VOORBEELD 1

Bereken het snijpunt van de lijnen $2x + y = 7$ en $4x - 3y = -1$.

OPLOSSING 1

Je kunt dit ook als stelsel van vergelijkingen als volgt weergeven :

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$$

Je kunt dit op twee manieren oplossen :

a. Substitutie

b. Eliminatie

OPLOSSING (1) : SUBSTITUTIE

(1) Uit regel 1 volgt : $y = -2x + 7$.
(2) Vul dit in in 2 dan krijg je : $4x - 3(-2x + 7) = -1$

$4x + 6x - 21 = -1$

$10x = 20$

$x = 2$

(3) Dan is $y = -2 \cdot 2 + 7 = 3$
(4) Snijpunt = $(2{,}3)$

OPLOSSING (2) : ELIMINATIE

Je wil weer graag een letter elimineren. (eruit gooien)

(1) In regel 1 staat 2x en in regel 2 staat 4x. Als we de eerste vergelijking met 2 vermenigvuldigen dan krijg je :

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases} \left| \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot 1 \end{array} \right|$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = 14 \\ 4x - 3y = -1 \end{cases}$$

$$5y = 15 \rightarrow y = 3$$

(2) Dan is $2x + 3 = 7 \rightarrow x = 2$
(3) Snijpunt = $(2{,}3)$

PARAGRAAF 1.4 : KWADRATISCHE VERBANDEN

LES 1 VERGELIJKING AX² + BX + C = 0 OPLOSSEN.

Er zijn drie soorten :

(1) C=0 (GEEN LOSSE)

- Oplossen door x buiten haakjes te halen

$x^2 + 3x = 0$

$x(x+3) = 0$

$x = 0 \; of \; x = -3$

(2) B=0 (GEEN X-EN)

- Oplossen door worteltrekken

$x^2 - 7 = 0$

$x^2 = 7$

$x = \sqrt{7} \; of \; x = -\sqrt{7}$

(3) DRIETERM

- Oplossen d.m.v.

(1) ontbinden (lukt soms maar is sneller)
(2) abc-formule (lukt altijd maar duurt langer)
(3) kwadraat afsplitsen (lukt altijd maar duurt langer)

$x^2 + 4x - 12 = 0$

$(x-2)(x+6) = 0$

$x - 2 = 0 \;\; v \;\; x + 6 = 0$

$x = 2 \; of \; x = -6$

OPMERKINGEN

- $(x+5) \neq x^2 + 25$
  MAAR $(x+5)(x+5) = x^2 + 5x + 5x + 25 = x^2 + 10x + 25$
- abc-formule : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Vergelijkingen van de vorm $(x+4)^2 = 36$ kun je oplossen met p(ency) methode.

LES 2 : DE GR

DEFINITIES

Je kunt de formule van een grafiek intikken op de GR. Let op het volgende verschil :

- Plotten grafiek = { Er hoeft niks op papier te staan }
- Schetsen grafiek = { Je tekent grof de vorm en geeft de belangrijke punten aan }
- Tekenen grafiek = { Je tekent de grafiek door de precieze punten te bepalen m.b.v. een tabel }

STAPPENPLAN VOOR HET MENU CALC (2ND TRACE)

Als je iets wil gaan berekenen, gebruik je het menu calc :

(1) Formule intikken	y_1=	y_2=
(2) Venster		[Xmin , Xmax] x [Ymin , Ymax]
(3) Schets / Plot		y en x bij de assen zetten
(4) Toets / Knop		calc intersect / max / min / zero
(5) Oplossing	x= v	x=

VOORBEELD 1

Gegeven is het aantal klanten K op tijdstip x, met x=0 om 9.00u 's ochtends.
De formule is $K(x) = -x^2 + 8x$.

a. Bereken op welke tijdstippen er 12 klanten zijn.

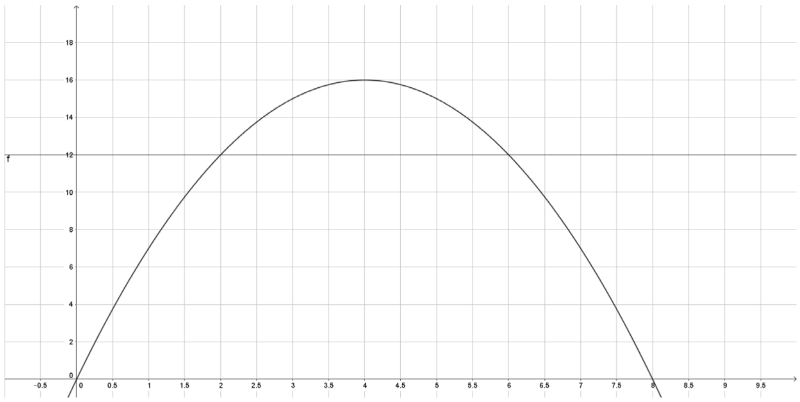
b. Bereken het maximaal aantal klanten.

c. Bereken hoeveel klanten er weggaan in het 6^{e} uur

OPLOSSING 1

a. Je wil iets gaan berekenen (calc) dus volg je het stappenplan :

(1) Formule intikken	$y_1 = -x^2 + 8x$ en $y_2 = 12$
(2) Venster	[0 , 10] x [0 , 50]
(3) Schets / Plot	

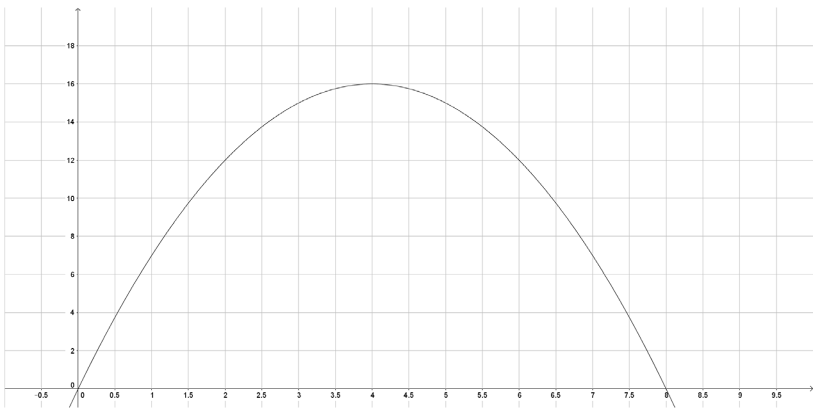


(4) Toets / Knop	calc intersect
(5) Oplossing	$x = 2 \vee x = 6$

Dus om 11.00u en om 15.00u

b. Je wil iets gaan berekenen (calc) dus volg je het stappenplan :

(1) Formule intikken	$y_1 = -x^2 + 8x$
(2) Venster	[0 , 10] x [0 , 50]
(3) Schets / Plot	



(4) Toets / Knop	calc maximum
(5) Oplossing	$y = 16$

Dus er zijn maximaal 16 klanten in de winkel.

c. Het 1^e uur → x = 0 t/m x = 1
Het 6^e uur → x = 6 t/m x = 7

Je kunt ook gebruik maken van de Table :

(1) Formule intikken	$y_1 = -x^2 + 8x$	
(2) Table	X = 6	Y1 = 12
	X = 7	Y1 = 7

Dus er zijn 12 – 7 = 5 klanten weggegaan.

VOORBEELD 2

Gegeven is de functie $f(x) = 0{,}25x^2 + 3x - 5$

a. Bereken y voor $x = 7$
b. Bereken de coördinaten van de top van de grafiek.
c. Bereken in twee decimalen nauwkeurig de nulpunten van f.
d. De lijn $y = 5$ snijdt de grafiek van f in de punten A en B. Bereken de lengte van het lijnstuk van AB. Rond af op één decimaal.

OPLOSSING 2

a.

(1) $y_1 = 0{,}25x^2 + 3x - 5$

(2) [-20,10] x [-20,10]

(3) schets

(4) calc value x = 7

(5) y = 28,25

b. 4. calc minimum

5. Top (-6,-14)

c. 4. calc zero

5. x = -13,48 en x = 1,48

d. $y_2 = 5$

4. calc intersect

5. $x_A = -14{,}7$ en $x_B = 2{,}7$ dus lengte AB = 2,7 - – 14,7 = 17,4